

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Prova scritta di Matematica Generale (EGA – Corso B)
Dott. Giovanni Masala – 15 giugno 2010.

PRIMA PARTE

Domanda 1 (punti 5; punti 4 per la prova completa).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}}$$

Dominio (punti 2)	$E = (-2, -1] \cup [1, +\infty)$
Positività (punti 2)	$P = E$
Intersezioni (punti 1)	$A(-1; 0) \quad B(1; 0)$

Domanda 2 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la concavità e i flessi della

funzione: $f(x) = x \cdot e^{1+x^2}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = (1 + 2x^2) \cdot e^{1+x^2}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = 2x \cdot (3 + 2x^2) \cdot e^{1+x^2}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa per $x > 0$; flesso per $x = 0$

Domanda 3 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log(4 + x^2)$

Derivata prima (punti 2)	$f'(x) = \frac{2x}{4 + x^2}$
Estremi (punti 3)	$m(0; \log 4)$; crescente per $x > 0$

Domanda 4 (punti 5; punti 3 per la prova completa). Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^3 - 4x^2 + 8x + 5}{x \cdot (x^2 - 4)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2, 0\}$
As. verticali (punti 2)	$x = -2; \quad x = 2 \quad \text{e} \quad x = 0$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 4$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero I parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema di Rolle (punti 4)
- Legame tra continuità e derivabilità (punti 3)
- La definizione di limite (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



SECONDA PARTE

Domanda 5 (punti 6; punti 4 per la prova completa).

Risolvere i seguenti integrali indefiniti e definiti:

$$\int_0^1 \left(x^2 \cdot (1 - x^2) + \frac{4x}{1 + x^2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left(x \cdot e^{x^2} + \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}} \right) dx$$

Integrale definito (punti 3)	$\frac{2}{15} + \log 4 \approx 1,52$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{1}{2}e^{x^2} + \sqrt{4 + x^2} + c$

Domanda 6 (punti 6; punti 5 per la prova completa).

Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y - 2z = 3 \\ 4x + y - z = 2 \\ 3x + y - z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq 2$ (soluzione unica)
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = 1; y = \frac{6}{k-2}; z = \frac{2k+2}{k-2} \right)$

Domanda 7 (punti 8; punti 6 per la prova completa).

Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 - 3y + 3x \cdot y$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + y = 1$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x + 3y - 4 \quad f_y = 3x + 2y - 3$
Estremi liberi (punti 3)	Sella $(1/5; 6/5; -11/5) \quad H = -5$
Estremi vincolati (punti 3)	$M(0; 1; -2) \quad \lambda = -1 \quad H = 2$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero II parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema di Barrow-Torricelli (punti 4)
- Criteri per la compatibilità di un sistema lineare (punti 3)
- Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange (punti 3)